

Predlog za određivanje promene entropije poluidealnog gasa primenom srednjih vrednosti temperaturnih funkcija

Branko B. Pejović, Vladan M. Mičić, Mitar D. Perušić, Goran S. Tadić, Ljubica C. Vasiljević, Slavko N. Smiljanić

Tehnološki fakultet, Univerzitet u Istočnom Sarajevu, Zvornik, Republika Srpska, BiH

Izvod

Kod poluidealnog gasa, koji u tehničkoj praksi ima svoje mesto i značaj, promena entropije ne može se odrediti preko srednjeg specifičnog toplotnog kapaciteta na način kao što se određuje promena unutrašnje energije i entalpije, odnosno razmenjena količina toplote. Uzimajući ovo u obzir, u radu su izvedena dva modela preko kojih je moguće odrediti promenu specifične entropije poluidealnog gasa za proizvoljan temperaturni interval primenom tablične metode, koristeći srednje vrednosti pogodno izabranih funkcija. Ideja je da se integriranje koje se ovde neminovno javlja, zameni srednjim vrednostima prethodnih funkcija. Modeli su izvedeni na bazi funkcionalne zavisnosti stvarnog specifičnog toplotnog kapaciteta od temperature. Takođe, izvršena je analiza usvajanja pogodne početne temperature. Pri ovome korišćena je teorema o srednjoj vrednosti funkcije kao i matematičke osobine određenog integrala. Srednja vrednost razlomljene funkcije određena je direktno preko njene podintegralne funkcije dok je kod logaritamske funkcije izvršena pogodna transformacija primenom diferencijalnog računa. Izvedene relacije, primenom računarskog programa, omogućile su sastavljanje odgovarajućih termodinamičkih tablica preko kojih je moguće odrediti promenu entropije proizvoljne promene stanja na efikasan odnosno racionalan način bez primene integralnog računa, odnosno gotovih obrazaca. Na ovaj način, promena entropije poluidealnog gasa, određena je za proizvoljan temperaturni interval analognom metodom koja se primenjuje i kod određivanja promene unutrašnje energije i entalpije odnosno razmenjene količine toplote, što je bio i cilj rada. Verifikacija predložene metode za obe gore navedene funkcije, izvedena je za nekoliko karakterističnih poluidealnih gasova kod kojih je izraženija nelinearnost funkcije $c_p(T)$, za tri usvojena temperaturna intervala, za karakterističnu promenu stanja. Pri ovome izvršeno je poređenje rezultata prema klasičnoj integralnoj i predloženoj metodi preko sastavljenih tablica za razlomljenu funkciju. Prema drugom modelu s obzirom na logaritamsku funkciju izvršeno je poređenje sa prvim modelom pri čemu je dobijena zadovoljavajuća tačnost. Prikazanu metodu, u određenim odnosno posebnim slučajevima, moguće je primeniti i kod određivanja promene entropije realnog gasa. Isto tako, u radu je pokazano da je promenu entropije za posmatrani karakterističan slučaj, moguće predstaviti odnosno grafički odrediti planimetrijskom metodom u dijagramima sa pogodno odabranim koordinatama.

Ključne reči: poluidealan gas, promena entropije, srednji i pravi specifični toplotni kapacitet, srednja vrednost funkcije, diferencijalni i integralni račun, tablične vrednosti funkcije, aproksimativne funkcije, grafičke metode.

Dostupno na Internetu sa adrese časopisa: <http://www.ache.org.rs/HI/>

Poluidealni gasovi pripadaju grupi gasovitih supstanci kod kojih se uzima u obzir zavisnost specifičnih toplotnih kapaciteta od temperature. U velikom broju slučajeva zavisnost specifičnog toplotnog kapaciteta od temperature je dosta izražena i mora se kod proračuna uzeti u obzir [1–5].

Vrednost srednjeg specifičnog toplotnog kapaciteta u datom temperaturnom intervalu ne zavisi samo od

veliĉine tog intervala tj. temperaturne razlike $T_2 - T_1$, već i od položaja tog intervala na temperaturnoj skali.

Ovde treba naglasiti da se u nizu stvarnih termodinamiĉkih procesa, na primer: kod kompresora, motora sa unutrašnjim sagorevanjem, gasnih turbina, itd., kod kojih su radne materije gasovi bliski idealnim gasovima (vazduh i produkti sagorevanja), može se usvojiti da se realna materija ponaša kao poluidealan gas, pa razmatranje specifiĉnih toplotnih kapaciteta kao iskljuĉivih funkcija temperature ima veliki praktiĉni znaĉaj, [6–9].

Specifiĉna koliĉina toplote (q_{12}), koja se dovodi poluidealnom gasu (i uopšte nekom telu ĉiji specifiĉni toplotni kapacitet zavisi od temperature), od početne

STRUĀNI RAD

UDK 544.3/.322:517.5:66

Hem. Ind. 68 (5) 615–628 (2014)

doi: 10.2298/HEMIND130825090P

Preписка: V.M. Mičić, Tehnološki fakultet Univerziteta u Istoĉnom Sarajevu, Karakaj bb, 75400 Zvornik, Republika Srpska, Bosna i Hercegovina.

E-pošta: b.pejovicns@gmail.com

Rad primljen: 25. avgust, 2013

Rad prihvaćen: 18. december, 2013

temperature T_1 do krajnje temperature T_2 , određena je izrazom [10–13,31]:

$$q_{12} = \int_1^2 c(T) dT = c \Big|_{T_1}^{T_2} (T_2 - T_1) \quad (1)$$

Ovde $c(T)$ predstavlja stvarni odnosno pravi, dok je $c \Big|_{T_1}^{T_2}$ srednji toplotni kapacitet u intervalu temperature T_1 i T_2 , određen relacijom:

$$c \Big|_{T_1}^{T_2} = \frac{c \Big|_{T_0}^{T_2} (T_2 - T_0) - c \Big|_{T_0}^{T_1} (T_1 - T_0)}{T_2 - T_1} \quad (2)$$

Prema relacijama (1) i (2) na slici 1 dat je grafički prikaz predstavljanja razmenjene specifične količine toplote u dijagramu (c, T).

Promena unutrašnje energije (du) i entalpije (dh) poluidealnog gasa može se izraziti kao [2,5,9,16–19,31–33]:

$$du = c_v(T) dT, \quad dh = c_p(T) dT$$

odnosno:

$$u_2 - u_1 = \int_1^2 c_v(T) dT = c_v \Big|_{T_1}^{T_2} (T_2 - T_1) \quad (3)$$

$$h_2 - h_1 = \int_1^2 c_p(T) dT = c_p \Big|_{T_1}^{T_2} (T_2 - T_1) \quad (4)$$

Uzimajući u obzir relaciju (1), odnosno diferencijalni oblik $dq = cdT$, razmenjena specifična količina toplote za izobarsku i izohorsku promenu, kao karakteristične promene stanja, biće [1,3,20]:

$$q_{12} = \int_1^2 c_p(T) dT, \quad q_{12} = \int_1^2 c_v(T) dT \quad (5)$$

$$q_{12} = c_p \Big|_{T_1}^{T_2} (T_2 - T_1), \quad q_{12} = c_v \Big|_{T_1}^{T_2} (T_2 - T_1) \quad (6)$$

U prethodnim relacijama c_p i c_v predstavljaju specifične toplotne kapacitete pri konstantnom pritisku i konstantnoj zapremini.

Iz relacija (3) i (4), odnosno (5) i (6), sledi da je za slučaj poluidealnih gasova, promenu unutrašnje energije i entalpije, odnosno razmenjenu količinu toplote, moguće odrediti preko srednjeg specifičnog toplotnog kapaciteta. Kao što će se kasnije videti, kod određivanja promene entropije, nije moguć ovakav pristup.

Pre nego što se pređe na izvođenje glavnih relacija koje se odnose na temu rada, biće ukratko data matematička interpretacija srednje vrednosti funkcije na bazi koje će biti rešen postavljeni problem.

Srednja vrednost funkcije

Prema teoremi o srednjoj vrednosti neprekidne funkcije, $y = f(x)$, u intervalu x_1 i x_2 važi da je: [14,15,21,23]:

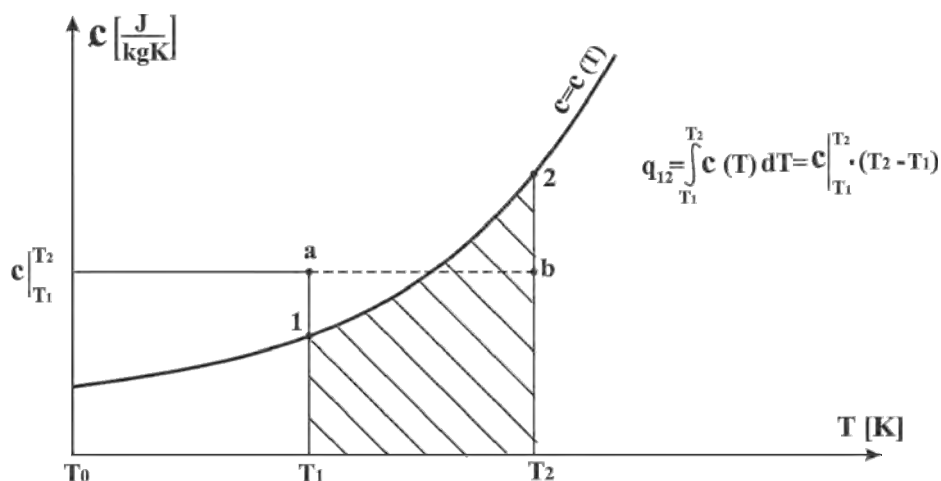
$$\int_{x_1}^{x_2} f(x) dx = (x_2 - x_1) \bar{y} \quad (7)$$

Geometrijski smisao relacije (7) je u tome da je površina ispod krive 12 tj. površina $a12ba$, jednaka površini pravougaonika $acdba$, slika 2.

Isto tako, prema osobini određenog integrala biće:

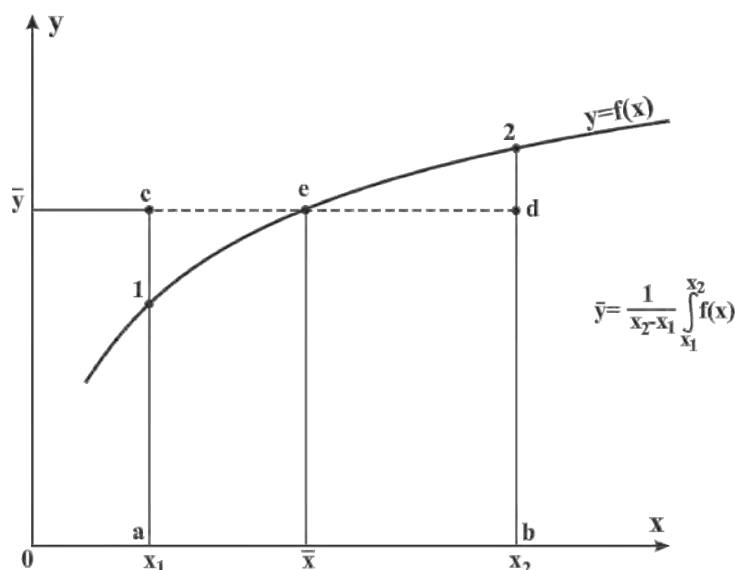
$$\int_{x_1}^{x_2} f(x) dx = \int_0^{x_2} f(x) dx - \int_0^{x_1} f(x) dx \quad (8)$$

Pri ovome, početna tačka x_0 ne mora biti koordinatni početak. Iz relacije (7) sledi da je srednja vrednost funkcije $y = f(x)$ u zadanom intervalu:



Slika 1. Predstavljanje razmenjene količine toplote u dijagramu (c, T).

Figure 1. Presentation of the amount of exchanged heat in the diagram (c, T).



Slika 2. Srednja vrednost funkcije $y = f(x)$.
Figure 2 The average value of $y = f(x)$.

$$\bar{y} = \frac{1}{x_2 - x_1} \int_{x_1}^{x_2} f(x) \quad (9)$$

što predstavlja srednju ordinatu krive $f(x)$ u istom intervalu, za apscisu \bar{x} .

Relacije (8) i (9) biće korišćene u razmatranjima koja slede.

Promena specifične entropije poluidealnog gasa

Iz relacija (5) i (6) sledi da je:

$$c_p \Big|_{T_1}^{T_2} = \frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} c_p(T) dT \quad (10)$$

što, s obzirom na relaciju (9), u stvari predstavlja srednju vrednost funkcije stvarnog specifičnog toplotnog kapaciteta u dijagramu $c_p = c_p(T)$ u intervalu temperatura $T_1 - T_2$.

Promena specifične entropije ($s_2 - s_1$), za opšti slučaj promene stanja s obzirom da je $dq = Tds$, može se napisati kao [2,5,7,10]:

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 c_v \frac{dT}{T} + R \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (11)$$

odnosno za slučaj poluidealnog gasa:

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{c_v(T)}{T} dT + R \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (12)$$

Isto tako može se pokazati da važi i relacija:

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 c_p \frac{dT}{T} - R \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (13)$$

odnosno za slučaj poluidealnog gasa:

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{c_p(T)}{T} dT - R \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (14)$$

U relacijama (11)–(14) v i p predstavljaju specifičnu zapreminu, odnosno pritisak.

Iz relacija (11) i (13) sledi da je određivanje promene entropije kada je u pitanju idealan gas pojednostavljeno, jer su specifični toplotni kapaciteti c_v i c_p konstantni, što dovodi do jednostavnog integriranja izraza.

Iz relacija (12) i (14), za slučaj izohorske i izobarske promene kao karakterističnih promena stanja kada je u pitanju poluidealan gas, promena specifične entropije biće:

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{c_v(T)}{T} dT \quad (15)$$

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{c_p(T)}{T} dT \quad (16)$$

U nastavku, analiza problema biće izvedena s obzirom na relacije (15), odnosno (16), ali je očigledno da će analiza važiti i za opšti slučaj promene stanja, relacije (12), odnosno (14).

Kada bi se promena entropije izračunavala prema relacijama (13), (14), odnosno (15) i (16), primenom srednjeg specifičnog toplotnog kapaciteta, činila bi se principijelna greška. Naime, mora se uzeti u obzir srednja vrednost cele podintegralne funkcije, a ne samo jednog njenog dela.

Prema tome, s obzirom na relacije (15) i (16) za izohorsku i izobarsku promenu stanja, za promenu entropije poluidealnog gasa, bilo bi pogrešno napisati da je:

$$s_2 - s_1 = c_v \Big|_{T_1}^{T_2} \int \frac{dT}{T} = c_v \Big|_{T_1}^{T_2} \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (17)$$

$$s_2 - s_1 = c_p \Big|_{T_1}^{T_2} \int \frac{dT}{T} = c_p \Big|_{T_1}^{T_2} \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (18)$$

U nastavku, biće dat predlog za rešavanje prethodnog problema i to na dva načina, primenom dveju pogodno izabranih karakterističnih temperaturnih funkcija.

Napomenimo ovde da i za slučaj određivanja promene specifične entropije van der Valsovog gasa (realan gas za koji važi van der Valsova jednačina stanja), nailazimo na sličan problem s obzirom da je u jednačini takođe prisutna slična podintegralna funkcija, [11,13,18]:

$$s_2 - s_1 = R_g \ln \frac{v_2 - b}{v_1 - b} + \int_1^2 c_v(T) \frac{dT}{T} \quad (19)$$

gde b predstavlja konstantu.

Rešavanje postavljenog problema primenom razlomljene funkcije

U termodinamičkim tablicama se nalaze srednje vrednosti specifičnog toplotnog kapaciteta, $c_p \Big|_{T_0}^T$, za različite gasove i za različite temperature, dok se vrednosti $c_p \Big|_{T_1}^{T_2}$ određuju preko relacije (2). Vrednost $c_v \Big|_{T_1}^{T_2}$, može se dobiti koristeći Majerovu jednačinu.

Definisane srednje vrednosti specifičnih toplotnih kapaciteta, kao što je pokazano, proizilaze iz naznačenih integrala i zamenjuju u računu samo naznačeni podintegralni izraz. One se, kao što je rečeno, ne mogu koristiti za izračunavanje promene entropije poluidealnog gasa preko relacija (12) i (14), odnosno (15) i (16).

Ako bi se želelo zameniti integriranje u ovim relacijama računanjem srednje vrednosti, tada bi se morala poznavati srednja vrednost $(c(T)/T) \Big|_{T_1}^{T_2}$, kao podintegralne funkcije. Pošto takvih podataka nema u tablicama, mora se izračunati integral $\int_1^2 (c(T)/T) dT$.

U praktičnim problemima, gdje je radna materija poluidealan gas često se ne koriste analitički proračuni nego dijagrami ili tabele iz kojih se očitavaju mnoge termodinamičke veličine. Međutim, u mnogim slučajevima kada je potrebno odrediti promenu entropije, neophodna je primena analitičke metode [10,12,17,19].

Koristeći osobinu određenog integrala (8), prema prethodnoj analizi, promena entropije poluidealnog gasa, naprimera za izobarsku promenu, može se napisati kao:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_p(T)}{T} dT = \int_{T_0}^{T_2} \frac{c_p(T)}{T} dT - \int_{T_0}^{T_1} \frac{c_p(T)}{T} dT \quad (20)$$

Ovde je T_0 neka unapred pogodno odabrana početna temperatura.

Uzimajući u obzir prethodnu analizu, promena entropije izobarske promene stanja, može se izraziti preko srednje vrednosti razlomljene funkcije $c_p(T)/T$ za interval temperatura T_1-T_2 :

$$\Delta s = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_p(T)}{T} dT = \frac{c_p}{T} \Big|_{T_1}^{T_2} (T_2 - T_1) \quad (21)$$

odnosno, s obzirom na relaciju (20):

$$\Delta s = \frac{c_p}{T} \Big|_{T_0}^{T_2} (T_2 - T_0) - \frac{c_p}{T} \Big|_{T_0}^{T_1} (T_1 - T_0) \quad (22)$$

što predstavlja glavnu relaciju za određivanje promene entropije postavljenog problema.

Iz relacije (21) sledi da je promenu entropije moguće principijelno predstaviti u dijagramu (Y, T) gde je razlomljena funkcija $Y = c_p(T)/T$. Može se pokazati da ova funkcija za poluidealne gasove monotono opada sa porastom temperature. Promenu entropije za prethodni slučaj, prema relaciji (21), moguće je odrediti planimetrijskom metodom kao površinu ispod krive $Y = Y(T)$ ograničene temperaturama T_1 i T_2 (površina $T_1 T_2$), odnosno kao površinu pravougaonika $T_1 dT$, slika 3.

Pri ovome, očigledno je:

$$\int_{T_0}^{T_2} \frac{c_p(T)}{T} dT = \frac{c_p}{T} \Big|_{T_0}^{T_2} (T_2 - T_0), \quad (23)$$

$$\int_{T_0}^{T_1} \frac{c_p(T)}{T} dT = \frac{c_p}{T} \Big|_{T_0}^{T_1} (T_1 - T_0)$$

dok se srednja vrednost funkcije $c_p(T)/T$ za interval temperatura T_1-T_2 može izračunati prema prethodnim relacijama uzimajući u obzir relaciju (2), kao:

$$\frac{c_p}{T} \Big|_{T_1}^{T_2} = \frac{\frac{c_p}{T} \Big|_{T_0}^{T_2} (T_2 - T_0) - \frac{c_p}{T} \Big|_{T_0}^{T_1} (T_1 - T_0)}{T_2 - T_1} \quad (24)$$

Isto tako prema prethodnom, za srednje vrednosti iste funkcije prema relaciji (23) važi da je:

$$\frac{c_p}{T} \Big|_{T_0}^{T_1} = \frac{\int_{T_0}^{T_1} \frac{c_p(T)}{T} dT}{T_1 - T_0}, \quad \frac{c_p}{T} \Big|_{T_0}^{T_2} = \frac{\int_{T_0}^{T_2} \frac{c_p(T)}{T} dT}{T_2 - T_0} \quad (25)$$

Promena entropije izobarske promene od neke početne temperature T_0 do proizvoljne temperature T_i , preme prethodnoj analizi, može se napisati kao:

$$\Delta s = s_i - s_0 = \int_{T_0}^{T_i} \frac{c_p(T)}{T} dT \quad (33)$$

Uzimajući u obzir rešenje (32), biće, prema relaciji (33):

$$\Delta s = s_i - s_0 = B \ln \frac{T_i}{T_0} + 2C(T_i - T_0) + \frac{3D}{2}(T_i^2 - T_0^2) + \frac{4E}{3}(T_i^3 - T_0^3) + \frac{5F}{4}(T_i^4 - T_0^4) \quad (34)$$

Sada prema izrazu (26), odnosno (30), uzimajući u obzir relaciju (34), dobijamo konačnu formulu za izračunavanje srednje vrednosti funkcije $c_p(T)/T$ za interval temperatura T_0 do T_i :

$$\begin{aligned} \frac{c_p}{T} \Big|_{T_0}^{T_i} &= \frac{1}{T_i - T_0} \times \\ &\times \left(B \ln \frac{T_i}{T_0} + 2C(T_i - T_0) + \frac{3D}{2}(T_i^2 - T_0^2) + \frac{4E}{3}(T_i^3 - T_0^3) + \frac{5F}{4}(T_i^4 - T_0^4) \right) \end{aligned} \quad (35)$$

Očigledno, relacija (35) se može primeniti za proizvoljnu promenu stanja.

Određivanjem promene entropije za proizvoljna stanja 1 i 2 kao $s_2 - s_1 = (s_2 - s_0) - (s_1 - s_0)$ koristeći opštu relaciju (34), lako se može pokazati da ona ne zavisi od početne temperature T_0 . Ovo sledi iz činjenice da je entropija veličina stanja koja ima totalni diferencijal [26–28].

U hemijskoj termodinamici često se koristi zavisnost stvarnog specifičnog toplotnog kapaciteta od temperature u obliku funkcije [19,20,29]:

$$c_p(T) = a + bT + dT^{-2} = a + bT + \frac{d}{T^2} \quad (36)$$

pri čemu konstante a , b i d zavise od vrste poluidealnog gasa.

Po istoj proceduri kao kod funkcije (29), integriranjem se dobija da je:

$$\Delta s = \int_1^2 \frac{c_p(T)}{T} dT = a(\ln T_2 - \ln T_1) + b(T_2 - T_1) - \frac{d}{2} \left(\frac{1}{T_2^2} - \frac{1}{T_1^2} \right) \quad (37)$$

Promena entropije za interval temperatura od T_1 do T_2 i ovde se može napisati u obliku:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = \frac{c_p}{T} \Big|_{T_0}^{T_2} (T_2 - T_0) - \frac{c_p}{T} \Big|_{T_0}^{T_1} (T_1 - T_0)$$

Opšta formula za izračunavanje funkcije $c_p(T)/T$ za proizvoljni interval temperatura od T_0 do T_i za ovaj slučaj biće, s obzirom na relacije (28) i (37):

$$\frac{c_p}{T} \Big|_{T_0}^{T_i} = \frac{a(\ln T_i - \ln T_0) + b(T_i - T_0) - \frac{d}{2} \left(\frac{1}{T_i^2} - \frac{1}{T_0^2} \right)}{T_i - T_0} \quad (38)$$

Relacija (38) važi za interval temperatura $T_0 - T_{\max}$, gde je $T_0 = 300$ K, a T_{\max} od 1800 do 2500 K, zavisno od vrste poluidealnog gasa.

U tabeli 1 date su konstante za funkciju (29) za neke poluidealne gasove kao i interval temperatura $T_0 - T_{\max}$ za koji iste važe [13,17,30].

Koristeći izvedeni opšti izraz (35), preko sastavljenog numeričkog programa za četiri karakteristična poluidealna gasa CO_2 , O_2 , N_2 i H_2 , kod kojih je promena specifičnog toplotnog kapaciteta od temperature izražena, određene su srednje vrednosti $(c_p/T) \Big|_{T_0}^{T_i}$ za interval temperatura za koji važi funkcija (29). Izračunate vrednosti su date tabelarno (tabela 2), za razmak temperatura $\Delta T = 100$ K pri čemu je početna temperatura $T_0 = 100$ K. Tabela 2 je sastavljena sa tačnošću od 6 decimala. Ovde treba zapaziti da je početnu temperaturu, T_0 , pogodno usvojiti na početku intervala za koji

Tabela 1. Konstante u funkciji $c_p = B + 2CT + 3DT^2 + 4ET^3 + 5FT^4$ za neke poluidealne gasove
Table 1. The constants in the function $c_p = B + 2CT + 3DT^2 + 4ET^3 + 5FT^4$ for some semi-ideal gases

Gas	B	$C \times 10^3$	$D \times 10^6$	$E \times 10^9$	$F \times 10^{13}$	Opseg temperature, °C
Azot	1,06849	-0,134096	0,215569	-0,078632	0,06985	-175–1200
Kiseonik	0,95244	-0,28114	0,655223	-0,452316	1,087744	-175–1200
Sumpor-dioksid	0,46165	0,248915	0,12090	-0,18878	0,568232	-175–1200
Ugljen-dioksid	0,479107	0,762159	-0,359392	0,084744	-0,057752	-175–1200
Ugljen-monoksid	1,074015	-0,172664	0,302237	-0,137533	0,200365	-175–1200
Voda	1,915007	-0,395741	0,876232	-0,495086	1,038613	-175–1200
Vodonik	13,396156	2,960131	-3,980744	2,661667	-6,099863	-175–1200
Acetilen	0,094773	4,114197	-4,037767	2,133692	-4,415085	-20–1200
Etilen	0,60693	1,288788	1,033636	-1,099537	2,929326	-20–1200

važi funkcija (29). Razlog ovome je taj što ako bi se, na primer, usvojila temperatura $T_0 = 0$ K, izraz (35) postaje nedefinisan. Isto tako za ovaj slučaj, integral (33) postaje nesvojstveni [14,15,24,29]. Na ovo treba obratiti posebnu pažnju. Isto tako, zapaža se da razlomljena funkcija prema tabeli 2 uvek opada sa porastom apsolutne temperature.

Za verifikaciju modela prema razlomljenoj funkciji $c_p(T)/T$, usvojena su tri karakteristična temperaturna intervala za gore navedena četiri poluidealna gasa. Za svaki interval, izračunata je promena entropije za izobarsku promenu stanja prema klasičnom postupku primenom integralnog računa, relacija (34), odnosno prema predloženom postupku koristeći podatke iz tabele 2 prema relaciji (22). Rezultati su sistematizovani u tabeli 3, odakle sledi da su dobijene gotovo identične vrednosti. Dobijena razlika u rezultatima je posledica zaokruživanja vrednosti u tabeli 2. S obzirom na postupak izvođenja modela i grafičkoj interpretaciji promene entropije prema slici 3, zbog jednakosti površina u dijagramu, ovo se moglo i očekivati.

Rešavanje problema primenom logaritamske funkcije

Kada bi, na primer, u relaciji (14) kod prvog integrala, odnosno u relaciji (16), hteli koristiti srednje vrednosti za c_p , onda bi se prema drugom predlogu mogla razmatrati kao pogodna funkcija $c_p = c_p(\ln T)$. Pošto takvih funkcija nema, ideja je da se ista odredi na bazi promene poznate funkcije $c_p = c_p(\ln T)$ za određeni poluidealan gas.

Promena entropije poluidealnog gasa od stanja 1 do 2 prema relaciji (16), za izobarsku promenu stanja, može se napisati kao [14,15,25,26]:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = \int_1^2 c_p(T) \frac{dT}{T} = \int_1^2 c_p(T) d(\ln T) \quad (39)$$

gde je diferencijal logaritma:

$$d(\ln T) = \frac{dT}{T} \quad (40)$$

Funkciju $c_p(T)$ možemo predpostaviti s obzirom na relaciju (29) u logaritamskom obliku:

$$c_p(T) = c_p(\ln T) = B_1 + C_1 \ln T + D_1 \ln^2 T + E_1 \ln^3 T + F_1 \ln^4 T \quad (41)$$

gde su B_1 , C_1 , D_1 , E_1 i F_1 konstante koje treba odrediti. Pri ovome moguće je usvojiti i drugačiji oblik logaritamske funkcije.

S obzirom na funkciju (41), relacija (39) prelazi u:

$$\Delta s = \int_1^2 c_p(\ln T) d(\ln T) \quad (42)$$

odnosno zamenom relacije (41) u relaciju (42) biće:

$$\Delta s = \int_1^2 (B_1 + C_1 \ln T + D_1 \ln^2 T + E_1 \ln^3 T + F_1 \ln^4 T) d(\ln T) \quad (43)$$

Promena entropije prema relaciji (42) može se napisati u jednostavnijem obliku:

$$\Delta s = \int_1^2 c_p(z) dz \quad (44)$$

uvođenjem smene [14,15]:

Tabela 2. Srednje vrednosti $(c_p/T)|_{T_0}^{T_i}$ (kJ/(kg K²)) za CO₂, O₂, N₂ i H₂ kao poluidealne gasove pri početnoj temperaturi $T_0 = 100$ K
Table 2. The mean values $(c_p/T)|_{T_0}^{T_i}$ (kJ/(kg K²)) for CO₂, O₂, N₂ and H₂ as semi-ideal gases at the initial temperature $T_0 = 100$ K

T_i / K	CO ₂	O ₂	N ₂	H ₂
100	0	0	0	0
200	0,004691	0,006294	0,007228	0,097221
300	0,003955	0,004990	0,005717	0,077549
400	0,003492	0,004215	0,004810	0,065519
500	0,003162	0,003694	0,004194	0,057220
600	0,002911	0,003315	0,003744	0,051074
700	0,002708	0,003024	0,003400	0,046307
800	0,002541	0,002791	0,003125	0,042486
900	0,002398	0,002599	0,002902	0,039346
1000	0,002274	0,002437	0,002714	0,036717
1100	0,002166	0,002298	0,002555	0,034481
1200	0,002069	0,002176	0,002418	0,032554
1300	0,001983	0,002069	0,002297	0,030874
1400	0,001905	0,001975	0,002191	0,029393
1470	0,001855	0,001915	0,002095	0,028075

Tabela 3. Promena entropije izobarske promene za CO₂, O₂, N₂, H₂ kao poluidealne gasove, izračunata primenom integralne i tabelarne metode (kJ/kg K)

Temperaturni interval	Opseg $\Delta T = T_1 - T_2$, K	$\Delta s = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_p(T)}{T} dT$	$\Delta s = \frac{c_p}{T} \Big _{T_0}^{T_2} (T_2 - T_0) - \frac{c_p}{T} \Big _{T_0}^{T_1} (T_1 - T_0)$
CO ₂			
Širi	200–1300	1,910502	1,9105
Srednji	400–1100	1,118401	1,1184
Uži	600–800	0,323200	0,3232
$c_p(T) = 0,479107 + 1,524318 \times 10^{-3} T - 1,078176 \times 10^{-6} T^2 + 0,338976 \times 10^{-9} T^3 - 0,288767 T^4$, $T_0 = 100$ K			
O ₂			
Širi	200–1300	1,853404	1,8534
Srednji	400–1100	1,033501	1,0335
Uži	600–800	0,296206	0,2962
$c_p(T) = 0,95244 - 0,28114 \times 10^{-3} T + 0,655223 \times 10^{-6} T^2 - 0,452316 \times 10^{-9} T^3 + 1,087744 \times 10^{-13} T^4$, $T_0 = 100$ K			
Azot ₂			
Širi	200–1300	2,03362	2,0336
Srednji	400–1100	1,11204	1,112
Uži	600–800	0,31551	0,3155
$c_p(T) = 1,0684 - 0,134096 \times 10^{-3} T + 0,215569 \times 10^{-6} T^2 - 0,078632 \times 10^{-9} T^3 + 0,06985 \times 10^{-13} T^4$, $T_0 = 100$ K			
H ₂			
Širi	200–1300	27,326702	27,3267
Srednji	400–1100	14,825304	14,8253
Uži	600–800	4,203205	4,2032
$c_p(T) = 13,396156 + 2,960131 \times 10^{-3} T - 3,980744 \times 10^{-6} T^2 + 2,661667 \times 10^{-9} T^3 - 6,099863 \times 10^{-13} T^4$, $T_0 = 100$ K			

$$\ln T = z, \quad d(\ln T) = dz \quad (45)$$

S obzirom na početnu tačku i tačke promene stanja 1 i 2 biće:

$$z_0 = \ln T_0, \quad z_1 = \ln T_1, \quad z_2 = \ln T_2 \quad (46)$$

Sa ovom smenom, problem je u suštini sveden na slučaj koji se javlja kod određivanja promene unutrašnje energije i entalpije odnosno razmenjene količine toplote poluidealnog gasa, relacije (3)–(6).

Uzimajući u obzir novu smenu, relacija (43) prelazi u:

$$\Delta s = \int_{z_1}^{z_2} (B_1 + C_1 z + D_1 z^2 + E_1 z^3 + F_1 z^4) dz \quad (47)$$

Integriranjem izraza (47) za promenu entropije od stanja 1 do stanja 2 biće:

$$\Delta s = \left[B_1 z + C_1 \frac{z^2}{2} + D_1 \frac{z^3}{3} + E_1 \frac{z^4}{4} + F_1 \frac{z^5}{5} \right]_{z_1}^{z_2} \quad (48)$$

odnosno nakon zamene granica integrala:

$$\Delta s = B_1 (z_2 - z_1) + \frac{C_1}{2} (z_2^2 - z_1^2) + \frac{D_1}{3} (z_2^3 - z_1^3) + \frac{E_1}{4} (z_2^4 - z_1^4) + \frac{F_1}{5} (z_2^5 - z_1^5) \quad (49)$$

Uzimajući u obzir smenu (46), relacija (49) prelazi u:

$$\begin{aligned} \Delta s = & B_1 (\ln T_2 - \ln T_1) + \frac{C_1}{2} (\ln^2 T_2 - \ln^2 T_1) + \\ & + \frac{D_1}{3} (\ln^3 T_2 - \ln^3 T_1) + \frac{E_1}{4} (\ln^4 T_2 - \ln^4 T_1) + \\ & + \frac{F_1}{5} (\ln^5 T_2 - \ln^5 T_1) \end{aligned} \quad (50)$$

Relacija (44), s obzirom na srednju vrednost funkcije $c_p(z)$, može se sada napisati kao:

$$\Delta s = \int_{z_1}^{z_2} c_p(z) dz = c_p(z) \Big|_{z_1}^{z_2} (z_2 - z_1) \quad (51)$$

Prema osobini određenog integrala (8), odavde sledi da je:

$$\begin{aligned} \Delta s = & \int_{z_0}^{z_2} c_p(z) dz - \int_{z_0}^{z_1} c_p(z) dz = c_p(z) \Big|_{z_0}^{z_2} (z_2 - z_0) - \\ & - c_p(z) \Big|_{z_0}^{z_1} (z_1 - z_0) \end{aligned} \quad (52)$$

Ovde je direktno iskorišćena definicija srednje vrednosti funkcije (9):

$$\int_{z_0}^{z_2} c_p(z) dz = c_p(z) \Big|_{z_0}^{z_2} (z_2 - z_0)$$

$$\int_{z_0}^{z_1} c_p(z) dz = c_p(z) \Big|_{z_0}^{z_1} (z_1 - z_0) \quad (53)$$

Karakteristične srednje vrednosti nove uvedene funkcije, prema relacijama (53) biće:

$$c_p(z) \Big|_{z_0}^{z_2} = \frac{\int_{z_0}^{z_2} c_p(z) dz}{z_2 - z_0}, \quad c_p(z) \Big|_{z_0}^{z_1} = \frac{\int_{z_0}^{z_1} c_p(z) dz}{z_1 - z_0} \quad (54)$$

$$c_p(z) \Big|_{z_1}^{z_2} = \frac{\int_{z_1}^{z_2} c_p(z) dz}{z_2 - z_1} \quad (55)$$

S obzirom na uvedenu smenu (46), promena entropije prema (52) biće:

$$\Delta s =$$

$$= c_p(\ln T) \Big|_{\ln T_0}^{\ln T_2} (\ln T_2 - \ln T_0) - c_p(\ln T) \Big|_{\ln T_0}^{\ln T_1} (\ln T_1 - \ln T_0) \quad (56)$$

odnosno konačno:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_p(\ln T) \Big|_{\ln T_0}^{\ln T_2} \ln \frac{T_2}{T_0} - c_p(\ln T) \Big|_{\ln T_0}^{\ln T_1} \ln \frac{T_1}{T_0} \quad (57)$$

Relacija (57) predstavlja glavnu relaciju za određivanje promene entropije prema drugom predlogu, gde će srednje vrednosti funkcija biti određene u nastavku koji sledi.

Isto tako, prema uvedenoj smeni, relacije za srednje vrednosti funkcije $c_p(\ln T)$ biće prema relacijama (54) i (55):

$$c_p(\ln T) \Big|_{\ln T_0}^{\ln T_2} = \frac{\int_{\ln T_0}^{\ln T_2} c_p(\ln T) d(\ln T)}{\ln T_2 - \ln T_0}$$

$$c_p(\ln T) \Big|_{\ln T_0}^{\ln T_1} = \frac{\int_{\ln T_0}^{\ln T_1} c_p(\ln T) d(\ln T)}{\ln T_1 - \ln T_0}$$

$$c_p(\ln T) \Big|_{\ln T_1}^{\ln T_2} = \frac{\int_{\ln T_1}^{\ln T_2} c_p(\ln T) d(\ln T)}{\ln T_2 - \ln T_1} \quad (58)$$

odnosno za opšti slučaj, od početne temperature T_0 do neke proizvoljne temperature T_i :

$$c_p(\ln T) \Big|_{\ln T_0}^{\ln T_i} = \frac{\int_{\ln T_0}^{\ln T_i} c_p(\ln T) d(\ln T)}{\ln T_i - \ln T_0} \quad (59)$$

Brojilac u relaciji (59), uzimajući u obzir relaciju (39), s obzirom na izračunatu promenu entropije (50) biće:

$$\int_{\ln T_0}^{\ln T_i} c_p(\ln T) d(\ln T) = B_1 (\ln T_i - \ln T_0) +$$

$$+ \frac{C_1}{2} (\ln^2 T_i - \ln^2 T_0) + \frac{D_1}{3} (\ln^3 T_i - \ln^3 T_0) +$$

$$+ \frac{E_1}{4} (\ln^4 T_i - \ln^4 T_0) + \frac{F_1}{5} (\ln^5 T_i - \ln^5 T_0) \quad (60)$$

Zamenom vrednosti dobijene iz relacije (60) u izraz (59) dobija se:

$$c_p(\ln T) \Big|_{\ln T_0}^{\ln T_i} = \frac{1}{\ln T_i - \ln T_0} (B_1 (\ln T_i - \ln T_0) +$$

$$+ \frac{C_1}{2} (\ln^2 T_i - \ln^2 T_0) + \frac{D_1}{3} (\ln^3 T_i - \ln^3 T_0) +$$

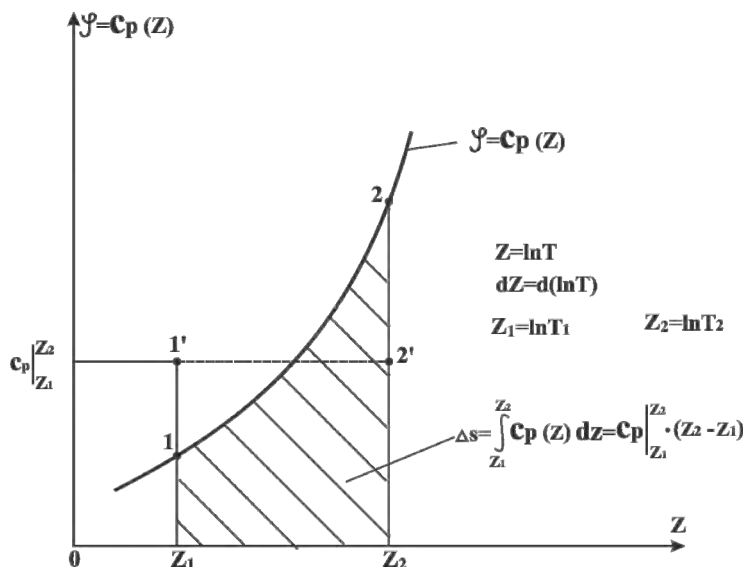
$$+ \frac{E_1}{4} (\ln^4 T_i - \ln^4 T_0) + \frac{F_1}{5} (\ln^5 T_i - \ln^5 T_0)) \quad (61)$$

što predstavlja opštu formulu za izračunavanje srednje vrednosti funkcije $c_p(\ln T)$ prema temperaturskoj funkciji (41), za proizvoljni interval temperatura T_0 do T_i . Pri ovome, konstante B_1 , C_1 , D_1 , E_1 i F_1 u istoj funkciji, određuju se nekom od numeričkih metoda, na bazi poznate funkcije $c_p = c_p(T)$.

Do približnog ali zadovoljavajućeg rešenja može se doći ako se za poznatu funkciju $c_p = c_p(T)$ usvoji pet tačaka sa koordinatama (T_i, c_{pi}) , na približno istom razmaku. Tako se s obzirom na relaciju (41) dobija sistem od pet linearnih jednačina sa pet nepoznatih: B_1 , C_1 , D_1 , E_1 i F_1 . Dobijeni sistem se rešava na jednostavan način.

Prema tome, promena entropije od stanja 1 do stanja 2, izračunava se prema izvedenoj relaciji (57). Primena relacije (61) očigledno je moguća za proizvoljnu promenu stanja.

Uvedena funkcija $\varphi = c_p(z)$, s obzirom na smenu (45) može se prikazati dijagramski kao na slici 4. Očigledno, u pitanju je monotono rastuća funkcija. S obzirom na relaciju (44) sledi da je u istom dijagramu moguće predstaviti odnosno planimetrijski odrediti promenu entropije, za izobarsku promenu stanja kao površinu ispod krive $\varphi = c_p(z)$, u granicama Z_1 i Z_2 . Promena entropije prikazana je principijelno šrafiranom površinom. Isto tako, prema istom dijagramu sledi i određivanje promene entropije korišćenjem srednje vrednosti prikazane funkcije $c_p \Big|_{z_1}^{z_2}$, preko površine pravougaonika $Z_1 Z_2 2' 1'$.



Slika 4. Planimetrijsko određivanje promene entropije u dijagramu $\varphi = c_p(z)$.
 Figure 4. Planimetric determination of the change in entropy in the diagram $\varphi = c_p(z)$.

Primena logaritamske funkcije na grupu poluidealnih gasova

Prikazani model na bazi logaritamske funkcije (41), primenićemo za izračunavanje promene entropije za poluidealne gasove CO₂, O₂, N₂ i H₂, usvojene prema prvom modelu.

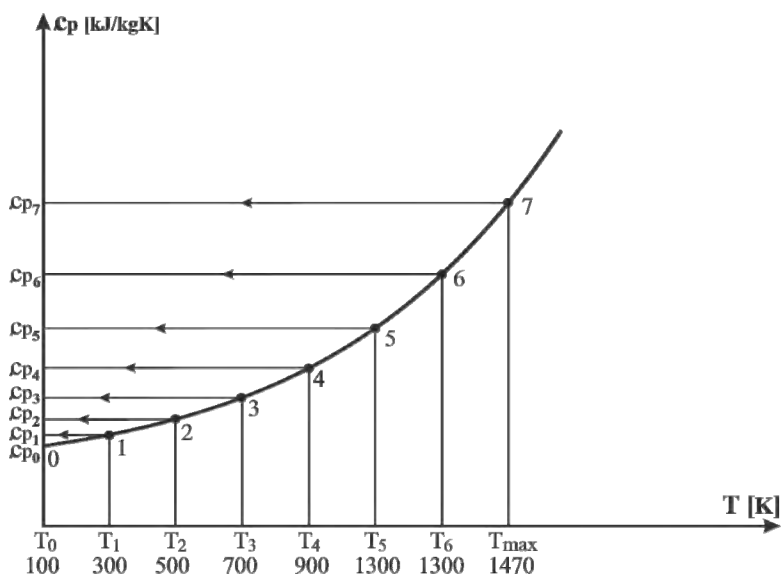
Pri ovome može se u opštem slučaju poći od poznate eksperimentalne funkcije $c_p(T)$, slika 5.

Za konkretan slučaj može se iskoristiti relacija (29) koja je korišćena za istu grupu poluidealnih gasova kod primene razlomljene funkcije.

Prema dijagramu na slici 5, interval T_0-T_{max} može se, radi veće tačnosti, podeliti, na primer na 7 delova, pri razmaku $\Delta T = 200$ K, odnosno $\Delta T = 170$ K na kraju intervala. Svakoј tački 0, 1, 2, 3,..., 7, na ordinati odgovara neka vrednost c_{pi} . Koristeći poznate koordinate prethodnih tačaka, s obzirom na logaritamsku funkciju (41), sastavljen je odgovarajući numerički program [21–24], koji je omogućio izračunavanje konstanti B_1 , C_1 , D_1 , E_1 i F_1 , odnosno definisanje iste funkcije u aproksimativnom obliku.

Dobijeni rezultati su prikazani u tabeli 4.

Lako se može pokazati da je pri ovome postignuta zadovoljavajuća korelaciona tačnost.



Slika 5. Eksperimentalna funkcija $c_p(T)$ za poluidealan gas.
 Figure 5. The experimental function $c_p(T)$ for a semi-ideal gas.

Tabela 4. Koeficijenti u funkciji $c_p = c_p(\ln T)$ za CO_2 , O_2 , N_2 i H_2 kao poluidealne gasove
 Table 4. Coefficients in function of $c_p = c_p(\ln T)$ for CO_2 , O_2 , N_2 and H_2 as semi ideal gases

Gas	B_1	C_1	D_1	E_1	F_1
CO_2	59,3340	-36,1959	8,2216	-0,8155	0,0301
O_2	187,1310	-116,3438	27,0968	-2,7912	0,1075
N_2	-682,2346	452,9835	-112,5957	12,4479	-0,5171
H_2	-429,6836	258,9139	-55,4505	5,1370	-0,1718

Prema funkciji (61), koristeći odgovarajući numerički program, sastavljena je tabela 5 za CO_2 , O_2 , N_2 i H_2 kao poluidealne gasove.

Zapaža se da logaritamska funkcija prema istoj tabeli raste sa temperaturom za sve gasove.

Korišćenjem vrednosti iz table 5, izračunata je promena entropije izobarske promene stanja za tri temperaturna intervala, za gasove CO_2 , O_2 , N_2 i H_2 , radi poređenja rezultata. Za izračunavanje, korišćena je relacija (57) pri početnoj temperaturi $T_0 = 100$ K. Rezultati su sistematizovani u tabeli 6.

Radi procene greške prema približnom modelu (tabela 6) izračunate su apsolutne i relativne greške za četiri karakteristična gasa i sve temperaturne intervale. Rezultati su sistematizovani u tabeli 7.

Apsolutna greška, Δx_i , izračunata je kao razlika rezultata dobijenih prema približnom modelu (tabela 6) i rezultata prema tačnom modelu (tabela 3).

Relativna greška, δx_i , je dobijena kao količnik apsolutne greške i rezultata dobijenih prema približnom modelu (tabela 3).

Tabela 5. Srednje vrednosti $c_p(\ln T) \Big|_{\ln T_0}^{\ln T_1}$ za CO_2 , O_2 , N_2 i H_2 kao poluidealne gasove pri $T_0 = 100$ K, u $\text{kJ}/(\text{kg K}^2)$
 Table 5. The mean values $c_p(\ln T) \Big|_{\ln T_0}^{\ln T_1}$ of CO_2 , O_2 , N_2 and H_2 as a semi ideal gases at $T_0 = 100$ K, in $\text{kJ}/(\text{kg K}^2)$

T_i / K	CO_2	O_2	N_2	H_2
100	0	0	0	0
200	0,7967	0,8874	0,3305	13,0037
300	0,8082	0,9414	0,5402	13,5194
400	0,8355	0,9602	0,6710	13,7294
500	0,8637	0,9703	0,7405	13,8374
600	0,8898	0,9781	0,8101	13,9050
700	0,9133	0,9850	0,8263	13,9552
800	0,9344	0,9917	0,8422	13,9979
900	0,9533	0,9982	0,8482	14,0376
1000	0,9704	1,0044	0,8502	14,0763
1100	0,9859	1,0103	0,8591	14,1151
1200	1,0000	1,0159	0,8742	14,1545
1300	1,0130	1,0210	0,8890	14,1945
1400	1,0250	1,0258	0,9130	14,2353
1470	1,0329	1,0288	0,9234	14,2642

Tabela 6. Promena entropije izobarske promene ($\text{kJ}/(\text{kg K})$) za CO_2 , O_2 , N_2 i H_2 kao poluidealne gasove, izračunata na bazi logaritamske funkcije

Table 6. The change in entropy of the isobaric change ($\text{kJ}/(\text{kg K})$) of CO_2 , O_2 , N_2 and H_2 as semi-ideal gases calculated on logarithmic function

Temperaturni interval	Opseg T_1-T_2 , K	$\Delta s = c_p(\ln T) \Big _{\ln T_0}^{\ln T_2} \ln \frac{T_2}{T_0} - c_p(\ln T) \Big _{\ln T_0}^{\ln T_1} \ln \frac{T_1}{T_0}$
CO_2		
Širi	200–1300	2,0161
Srednji	400–1100	1,1684
Uži	600–800	0,3387
O_2		
Širi	200–1300	1,9837
Srednji	400–1100	1,0915
Uži	600–800	0,3097
N_2		
Širi	200–1300	2,0510
Srednji	400–1100	1,0991
Uži	600–800	0,3011
H_2		
Širi	200–1300	27,3947
Srednji	400–1100	14,8105
Uži	600–800	4,1934

Tabela 7. Apsolutna i relativna greška približnog modela
Table 7. Absolute and relative error of approximate model

Temperaturni interval	Opseg T_1-T_2 , K	Apsolutna greška $\Delta x_i = x_i - \bar{x} / \text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	Relativna greška $\delta x_i = 100 \frac{\Delta x_i}{\bar{x}} / \%$
CO₂			
Širi	200–1300	0,1056	5,50
Srednji	400–1100	0,0500	4,47
Uži	600–800	0,0155	4,79
O₂			
Širi	200–1300	0,1303	7,03
Srednji	400–1100	0,0580	5,61
Uži	600–800	0,0135	4,55
N₂			
Širi	200–1300	0,0174	0,85
Srednji	400–1100	0,0129	1,16
Uži	600–800	0,0144	4,56
H₂			
Širi	200–1300	0,0680	0,25
Srednji	400–1100	0,0148	0,10
Uži	600–800	0,0098	0,23

Maksimalna apsolutna greška je 0,1303 kJ/(kg K), dok je maksimalna relativna greška 7,03%.

Isto tako tačnost dobijenih rezultata nije ista kod svih posmatranih gasova. Tačnost je moguće poboljšati, korišćenjem više od 8 eksperimentalnih tačaka, prema dijagramu na slici 5.

ZAKLJUČAK

Predložena metoda rešava postavljeni problem direktno, primenom tabličnih vrednosti, izračunatih na bazi temperaturnih funkcija koje zavise od stvarnog specifičnog toplotnog kapaciteta, za proizvoljan temperaturni interval odnosno razmak. Kod postojeće integralne metode, za svaki konkretan slučaj sprovodi se obimna i glomazna procedura koja je često izvor grešaka, relacija (32).

Predložena razlomljena funkcija daje gotovo tačne rezultate pa se ona preporučuje za korišćenje posebno zbog jednostavnije matematičke procedure, odnosno jednostavnog računarskog programa. Logaritamska funkcija je takođe primenljiva ali je nešto složenija u matematičkom smislu. Pri njenoj primeni javlja se određena greška, usled aproksimacije eksperimentalne funkcije, koja je u dozvoljenim granicama ukoliko se usvoji dovoljno veliki stepen funkcije, odnosno dovoljan broj eksperimentalnih tačaka.

Isto tako oblik polazne funkcije zavisnosti stvarnog specifičnog toplotnog kapaciteta od temperature u principu nema uticaja sa aspekta primene metode.

Prikazani model za razlomljenu funkciju može se direktno koristiti za sastavljanje tabela srednjih vred-

nosti funkcija za svaku vrstu poluidealnog gasa pri čemu se razmak temperatura može usvojiti po želji, zavisno od tražene tačnosti (na primer $\Delta T = 10$ K). Model sa logaritamskom funkcijom, takođe je moguće primeniti za rešavanje problema ali on zahteva određivanje aproksimativne funkcije za svaki gas posebno.

Početna temperatura, T_0 , mora biti usvojena tako da bude različita od nule zbog pojave nesvojstvenog integrala u računu. S obzirom da ona ne utiče na promenu entropije, najpogodnije je početnu temperaturu usvojiti kao najnižu temperaturu, na početku razmatranog temperaturnog intervala. Za slučajeve kada se izračunava entropija u nekoj određenoj tački, neophodno je naglasiti usvojenu početnu tačku. Isto tako, predloženi model u opštem slučaju obuhvata široko temperaturno područje, uključujući i negativne temperature, što može imati praktični značaj.

U termodinamici kao što je poznato, veličine procesa, rad i razmenjena toplota predstavljaju se i određuju planimetrijski preko odgovarajućih površina u radnom i toplotnom dijagramu. U radu je pokazano da je na isti način, koristeći odgovarajuće koordinate, moguće predstaviti odnosno odrediti i promenu entropije poluidealnog gasa pri čemu treba posebnu pažnju obratiti na koeficijente razmere pri konstruisanju dijagrama. Ovo omogućuje potpunije sagledavanje i praćenje posmatranog procesa.

Verifikacija modela izvedena je s obzirom na karakterističnu izobarsku promenu stanja, ali je promenu entropije poluidealnog gasa prema oba prikazana modela, moguće odrediti koristeći isti postupak, za proizvoljnu promenu stanja.

Za slučaj realnog gasa, za koji važi van der Valsova jednačina stanja, ukoliko su za određeni temperaturni interval poznati koeficijenti u korelacionoj jednačini specifičnog toplotnog kapaciteta, moguće je takođe primeniti prikazanu metodu.

Na kraju, prema prikazanoj metodi, koristeći izvedene opšte izraze i odgovarajuće računarske programe, predlaže se sastavljanje termodinamičkih tablica u priručnicima za različite poluidealne gasove, što bi znatno ubrzalo rešavanje postavljenog problema u tehničkoj praksi, na efikasniji i brži način.

LITERATURA

- [1] M.M. Abbott, H.C. Van Ness, *Thermodynamics*, Sehanm outline Series, McGraw-Hill, Book Co, New York, 1986.
- [2] H.D. Baehr, *Termodinamik*, Springer-Verlag, Berlin, 1983.
- [3] I.P. Bazarov, *Termodinamika*, V.Š., Moskva, 1993.
- [4] W.Z. Black, J.G. Hartlay, *Thermodynamics*, Harper and Row, New York, 1995.
- [5] J.M. Michael, *Fundamentals od Engineering Thermodynamics*, Wilay, New York, 2004.
- [6] J. Szargut, *Termodinamika*, PWN, Warszawa, 1995.
- [7] Z. Rant, *Termodinamika-knjiga za uk i prakso*, Univerza v Ljubljane, Ljubljana, 1993.
- [8] Đ. Kozić, B. Vasiljević, B. Bekavoe, *Priručnik za termodinamiku*, Mašinski fakultet, Beograd, 2007.
- [9] Đ. Kozić, *Termodinamika, inženjerski aspekti*, Mašinski fakultet, Beograd, 2007.
- [10] F. Bošnjaković, *Nauka o toplini*, Tehnička knjiga, Zagreb, 1982.
- [11] G. Büki, *Energetika*, MK, Budapest, 1997.
- [12] J.B. Fenn, *Engines, Enegy and Entropy*, W.H. Freeman and Comp., New York, 1982.
- [13] B.V. Karleker, *Thermodynamics for Engineers*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1993.
- [14] D.S. Mitrinović, *Matematika I i II*, Građevinska knjiga, Beograd, 1987.
- [15] C.B. Allendoerter, *Principils of mathematics*, BCH, New York, 1985.
- [16] J.M. Smith, H.C. Van Ness, *Internation to Chemical Engineering Thermodynamics*, third Edition, McGraw-Hill, New York, 1985.
- [17] B. Đorđević, V. Valent, S. Šerbanović, N. Radojković, *Termodinamika i termotehnika*, priručnik, Građevinska knjiga, Beograd, 1989.
- [18] B. Đorđević, V. Valent, S. Šerbanović, *Termodinamika i termotehnika*, Građevinska knjiga, Beograd, 1997.
- [19] S. Perry, *Chemical Engineers Handbook*, McGraw-Hill, New York, 1984.
- [20] VDI Wärmeatlas Berechenugsblätter für den Wärmeübergang, VDI Verlag GmbH, Düsseldorf, 1984.
- [21] D. Hecceg, *Numeričke metode linarne algerbe*, Građevinska knjiga, Beograd 2003.
- [22] H. Schenck, *Theories of Engineering Experimentation*, Mc Graw-Hill Book Company, New York, 2002.
- [23] L. Rumnšiskij, *Matematičeskaja obrabotka rezultataov eksperimenta*, Mašinostvorenje, Moskva, 2001.
- [24] L. Collatz, *Numerische Behandlung von Differentiologleichungen*, KTS, Berlin, 1998.
- [25] A. Bejan, *Advanced Engineering Thermodynamics*, John Wiley and Sons, New York, 1997.
- [26] R.K. Rajput, *Engeneering thermodynamics*, Jones and Bartlett Publishers, London, 2010.
- [27] R.K. Rajput, *Thermal Engineering*, Jones and Bartlett Publishers, London, 2009.
- [28] M. J. Moran, H.N. Shapiro, B.B. Boettner, M.B. Bailey, *Engeneering thermodynamics*, John Wiley and Sons, New York, 2011.
- [29] Y.A. Cengel, M.A. Boles, *Thermodynamics*, McGraw Hill Higher Education, New York, 2010.
- [30] C. Borgnakke, R. E. Sonntag, G. J. Wylen, *Fundamentals thermodynamics*, John Wiley and Sons, New York, 2009.
- [31] B. Pejović, M. Perušić, V. Mičić, G. Tadić, S. Pavlović, *Jedna mogućnost grafičkog predstavljanja energetske veličine realnog gasa za karakterističnu promenu stanja*, *Termotehnika* XXXIX (2013) 11–25.
- [32] B. Pejović, Lj. Vasiljević, V. Mičić, M. Perušić, *Jedan pogodan model za određivanje korelacije između stvarnog i srednjeg specifičnog toplotnog kapaciteta sa mogućnostima njegove primene*, *Hem. Ind.* 67 (2013) 495–511.
- [33] B. Pejović, M. Tomić, V. Mičić, *Određivanje korelacije između toplotnog kapaciteta i osnovnih termodinamičkih veličina stanja primenom diferencija drugog reda*, *KGH* 4 (2012) 43–48.

SUMMARY

PROPOSAL FOR DETERMINING CHANGES IN ENTROPY OF SEMI IDEAL GAS USING MEAN VALUES OF TEMPERATURE FUNCTIONS

Branko B. Pejović, Vladan M. Mičić, Mitar D. Perušić, Goran S. Tadić, Ljubica C. Vasiljević, Slavko N. Smiljanić

Faculty of Technology Zvornik, University of East Sarajevo, Republic of Srpska, BH

(Professional paper)

In a semi-ideal gas, the entropy changes cannot be determined through the medium specific heat capacity in a manner as determined by the change of internal energy and enthalpy, *i.e.*, the amount of heat exchanged. Taking this into account, the authors conducted two models through which it is possible to determine the change in the specific entropy of a semi-ideal gas for arbitrary temperature interval using the spread sheet method, using the mean values of the appropriate functions. The idea is to replace integration, which occurs here in evitable, with mean values of the previous functions. The models are derived based on the functional dependence of the actual specific heat capacity on the temperature. The theorem used is that of the mean value of a function, as well as the mathematical properties of the definite integral. The mean value of a fractional function is determined via its integrand, while the logarithmic functions were performed by applying a suitable transformation of the differential calculus. The derived relations, using the computer program, have enabled the design of appropriate thermodynamic tables through which it is possible to determine the change in entropy of arbitrary state changes in an efficient and rational manner, without the use of calculus or finished forms. In this way, the change in the entropy of a semi-ideal gas is determined for an arbitrary temperature interval using the method which is analogous to that applied in determining the change of internal energy and enthalpy or the amount of heat exchanged, which was the goal of the work. Verification of the proposed method for both the above functions was performed for a few characteristic semi-ideal gases where change $c(T)$ is significant, for the three adopted temperature intervals, for the characteristic change of state. This was compared to the results of the classical integral and the proposed method through the prepared tables. In certain or special cases, it is possible to apply the presented method also in determining the change in entropy of the real gas. Apart from that, the paper shows that the change in entropy for the observed characteristic case can be represented or graphically determined using the planimetric method of diagrams with suitably selected coordinates.

Keywords: Semi-ideal gas • The change in entropy • Mean and true specific heat capacity • The mean value of the function • Differential and integral calculus • Table value functions • Approximate functions • Graphical methods